相对论简介

醉放先生著

狭义相对论提出于 1905 年，广义相对论提出于 1915 年（爱因斯坦在 1915 年末完成广义相对论的创建工作，在 1916 年初正式发表相关论文）。

1、张量的概念

给定曲线坐标 x^a（a=1, 2, …n）有：

$x=x(x^1, x^2, \cdots x^n)$

$$dx=\sum_{a=1}^{n}\frac{\partial x}{\partial x_a}dx_a$$

$$x_a=\frac{\partial x}{\partial x^a}$$

直接取为坐标基矢，现设有连续可微的单值函数

$x^{a`}=x^{a`}(x^1, x^2, \cdots x^n)$

它的反函数

$x^a=x^a(x^{1`}, x^{2`}\cdots x^{n`})$　(a=1, 2, …n)

也是连续可微的单值函数，得：

x=x(x$^{1`}$, x$^{2`}$, …x$^{n`}$)

$$x_{a`}=\frac{\partial x}{\partial x^{a`}}$$

得下面曲线坐标局部标架基矢之间的变换法则：

$$x_{a`}=\sum_{a=1}^{n}\frac{\partial x^{a}}{\partial x^{a`}}x_{a}$$

$$x_{a}=\sum_{a=1}^{n}\frac{\partial x^{a`}}{\partial x^{a}}x_{a`}$$

定义：在曲线坐标 x^{a}中，在空间任一点 M 给出一组数

$$\alpha^{\beta_1\ldots\beta_\mu}_{\alpha_1\ldots\alpha_n},$$

如果当曲线坐标变换时，它变为

$$\alpha^{\beta_1`\ldots\beta_m`}_{\alpha_1`\ldots\alpha_n`}=\sum_{\substack{\alpha_1\ldots\alpha_n\\\beta_1\ldots\beta_m}}\frac{\partial x^{\alpha_1}}{\partial x^{\alpha_1`}}\cdots\frac{\partial x^{\alpha_n}}{\partial x^{\alpha_n`}}\frac{\partial x^{\beta_1`}}{\partial x^{\beta_1}}\cdots\frac{\partial x^{\beta_m`}}{\partial x^{\beta_m}}\partial^{\beta_1\ldots\beta_m}_{\partial_1\ldots\alpha_n}$$

则称这一组数为在 M 点的一个 n 阶协变、m 阶逆变的张量。

2、张量的度规

$$ds^{2}=g_{\alpha\beta}dx^{\alpha}dx^{\beta}=x_{\alpha}x_{\beta}dx^{\alpha}dx^{\beta}$$

$g_{\alpha\beta}$是二阶度规张量。而张量的协变导数为

$$\nabla_{\beta} a_{\gamma}^{\lambda} = \frac{\partial}{\partial x^{\beta}} a_{\gamma}^{\lambda} - \Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha} a_{\alpha}^{\lambda} + \Gamma_{\beta\alpha}^{\lambda} a_{\gamma}^{\alpha}$$

设一个零阶张量场 a(M)，一阶张量场 $a^a(M)$或 a_a，那么

$$(grada)^{\gamma} = \frac{\partial}{\partial x_{\gamma}} a$$

$$diva = \delta_{\alpha}^{\beta} \nabla_{\beta} a^{\alpha}$$

$$(rota)_{y} = \delta^{\alpha\beta\gamma} \nabla_{\beta} a_{\alpha}$$

3、相对论

相对论假设：1、物理定律在所有惯性系中都相同；2、在所有的惯性系中光速是一个常数；3、惯性质量等于引力质量。那么

$$ds^2 = -(1 + \frac{\kappa}{4\pi}\int \frac{\delta dV_0}{r})(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + (1 - \frac{\kappa}{4\pi}\int \frac{\delta dV_0}{R})dl^2$$

万有引力常数

$$G = \frac{\kappa c^2}{8\pi}$$ 。

dl=cdt，而δ 是质量密度，δ >0 时为广义相对论方程，δ =0 时是狭义相对论方程。

设两个惯性系 S、S`，S`相对于 S 以速度 v 在方向远动。现在考虑固定在 S`中的钟及尺，得

$$\Delta t=\frac{\Delta t^{`}+v/c^{2}\Delta x^{`}}{\sqrt{1-v^{2}/c^{2}}}=\frac{\Delta t_{0}}{\sqrt{1-v^{2}/c^{2}}}\qquad \Delta x=\Delta x^{`}\sqrt{1-v^{2}/c^{2}}=\Delta x_{0}\sqrt{1-v^{2}/c^{2}}$$

$$m=\frac{m_{0}}{\sqrt{1-v^{2}/c^{2}}}$$

其中Δt_0 是固有时间， Δx_0是固有长度， m_0是固有质量。