测量不确定度简介

醉放先生著

测量不确定原理指出，对微观物体位置的描述是说它处于某一位置的几率，在它可能出现的空间中，有一个位置几率的分布，符合统计物理规律。

1970 年以来，各国计量部门也逐渐使用不确定度来评定测量结果，1980 年，国际计量局在征求各国意见的基础上，提出了不确定度建议书 INC-1(1980)，基本上对其作了完整的描述。

1.测量不确定度的定义

测量不确定度是用来表征被测量之值所处范围的一种评定，定义为：测量结果带有的参数，用以表征合理赋予被测量的值的分散性。表征分散性的参数可以是标准差或标准差的给定倍数，或者置信水准的区间半宽度。

国际标准化组织 ISO、国际电工委员会 IEC、国际计量局 BIPM、国际法制计量组织 OIML、国际理论化学与应用化学联合会 IUPAC、国际理论物理与应用物理联合会 IUPAP、国际临床化学联合会 IFCC 等 7 个国际组织于 1993 年，联合发布了《测量不确定度表示指南》(Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement)，简称 GUM。中国于 1999 年，经国家质量技术监督局批准，颁布实施由全国法制计量技术委员会提出的《测量不确定度评定与表示》(JJF1059-1999)。

适用范围包括国家计量基准、标准物质、测量及测量方法、计量认证和实验室认可、测量仪器的校准和检定、生产过程的质量保证和产品的检验和测试、贸易结算以及资源测量等测量技术领域。

2.测量不确定度的分类

不确定度理论将不确定度按照测量数据的性质分类：符合统计规律的，称为A类不确定度，而不符合统计规律的统称为B类不确定度，它们合成后即可得合成标准不确定度，于是表征测量结果的参数——不确定度即可求出。测量不确定度的理论保留系统误差的概念，也不排除误差的概念。这里的误差指测量值与平均值之差或测量值与标准值（用更高级的仪器的测量值）的偏差。

分类可以简示为：

- 测量不确定度
  - 标准不确定度
    - A类标准不确定度
    - B类标准不确定度
    - 合成标准不确定度
  - 扩展不确定度
    - U（k=2、3）
    - U_p（p为置信概率）

3.测量不确定度的 B类分量

●仪器的最大允差Δ_i

测量中凡是不符合统计规律的不确定度统称为B类不确定度Δ_B。它包含了由测量者估算产生的部分Δ_e和仪器精度有限所产生的最大允差Δ_i。Δ_i包含了仪器的系统误差，也包含了环境以及测量者自身可能出现的变化（具随机性）对测量结果的影响。Δ_i可从仪器说明书

中得到，它表征同一规格型号的合格产品，在正常使用条件下，一次测量可能产生的最大误差。

●测量者的估算误差Δ_e

测量者对被测物或对仪器示数判断的不确定性会产生估算误差Δ_e。对于有刻度的仪器仪表，通常Δ_e为最小刻度的十分之几。

如果Δ_e和Δ_i是彼此无关的，B 类不确定度Δ_B为它们的合成：

$$\Delta_B = \sqrt{\Delta_i^2 + \Delta_e^2}$$

若Δ_e和Δ_i中，某个量小于另一量的三分之一，平方后将小一个数量级，则可以忽略不计。一般而言，Δ_e比Δ_i小（因为最大允差已包含了测量者正确使用仪器的估算误差）。以Δ_i表示Δ_B。

●B 类分量的标准差

多次用同一规格型号的不同仪器测量同一物理量，测量值与平均值之差也是按一定概率分布的。一般而言，在相同条件下大批生产的产品，其质量指标一般服从正态分布。如果仪器的测量误差在最大允差范围内出现的概率都相等，就为均匀分布。界于两种分布之间则可用三角分布来描述。

一次测量值的 B 类标准差为

$$\sigma = \Delta_B / C$$

其中 C 称为置信系数。在最大允差范围内，对于正态分布，C=$\sqrt{9}$=3；

对于三角分布，C= √6，对于均匀分布，C=√3。

X 落在[-σ， σ]之间的概率 P（σ），三种分布的标准差以及各置信区间相应的概率如下表：

分布	标准差σ	P（σ）	P（2σ）	P（3σ）
正态分布	Δ/3	0.683	0.955	0.997
三角分布	Δ/√6	0.758	0.966	1
均匀分布	Δ/√3	0.577	1	1

4.不确定度的递推

现设间接测量量 y 与直接测量量 $x_1,...x_n$ 函数关系为

$$y = f(x_1,...,x_n)$$

在 $x_1,...x_n$ 的期望值 $\mu_1,,,\mu_n$ 附近按 Tayor 级数展开，忽略二阶及以上项，则有

$$y \approx f(\mu_1,...\mu_n) + \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)_{\mu_1,...,\mu_n} (x_i - \mu_i)$$

两边取期望得

$$E(y) \approx f(\mu_1,...\mu_n)$$

那么

$$[y - E(y)]^2 \approx \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)_{\mu_1,...\mu_n} (x_i - \mu_i)^2 + 2\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i=1}^{n=1} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)_{\mu_1,...\mu_n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_j}\right)_{\mu_1,...\mu_n} (x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j)$$

两边取期望，得

$$\sigma^2(y) \approx \sum_{i}^{n} (\frac{\partial f}{\partial x_i})^2_{\mu_1,\ldots,\mu_n} \sigma^2(x_i) + 2\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i=1}^{n=1} (\frac{\partial f}{\partial x_i})_{\mu_1,\ldots\mu_n} (\frac{\partial f}{\partial x_j})_{\mu_1,\ldots,\mu_n} Cov(x_i, x_j)$$

计算样品方差

$$s^2(y) \approx \sum_{i}^{n} (\frac{\partial f}{\partial x_i})^2_{\mu_1,\ldots,\mu_n} s^2(x_i) + 2\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i=1}^{n=1} (\frac{\partial f}{\partial x_i})_{\mu_1,\ldots\mu_n} (\frac{\partial f}{\partial x_j})_{\mu_1,\ldots,\mu_n} Cov(x_i, x_j)$$

计算标准不确定度

$$u^2(y) \approx \sum_{i}^{n} (\frac{\partial f}{\partial x_i})^2_{\mu_1,\ldots,\mu_n} u^2(x_i) + 2\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i=1}^{n=1} (\frac{\partial f}{\partial x_i})_{\mu_1,\ldots\mu_n} (\frac{\partial f}{\partial x_j})_{\mu_1,\ldots,\mu_n} Cov(x_i, x_j)$$